

## **UM EXPERIMENTO DE ENSINO SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTRUTURA ADITIVA A PARTIR DE GRÁFICOS DE BARRA**

**SELVA**, Ana Coelho Vieira - UFPE

**GT:** Educação Matemática /n.19

**Agência Financiadora:** Não contou com financiamento.

O objetivo desse estudo foi investigar comparativamente duas formas de trabalhar com gráficos de barras: a primeira visou proporcionar o estabelecimento de conexões dos gráficos com material de suporte manipulativo do tipo blocos de encaixe na resolução de problemas aditivos e a segunda propôs o trabalho de resolução de problemas já a partir da representação gráfica. A nossa hipótese de partida propunha que possibilitar o estabelecimento de conexões dos gráficos com o material manipulativo acima aludido poderia favorecer a compreensão da representação gráfica, o que, por sua vez, teria impacto sobre a conceptualização no âmbito das estruturas aditivas.

Com esse objetivo, desenvolvemos um experimento de ensino com crianças de alfabetização e primeira série do ensino fundamental. Nos próximos tópicos, encontra-se uma reflexão sobre os suportes de representação focalizados nesse estudo: materiais manipulativos e gráficos de barra.

### **Refletindo sobre o uso de manipulativos**

Material manipulativo tem feito parte do trabalho de matemática desde a Educação Infantil. O princípio básico referente ao uso desses objetos consiste em manipular objetos e “extrair” princípios matemáticos. Os materiais manipulativos devem, então, representar explicitamente e concretamente idéias matemáticas que são abstratas. Gravemeijer (1994) analisa o uso de manipulativos em função de que ainda que eles sejam concretos, a matemática embebida nos modelos que eles representam não é concreta para os estudantes. Esta autora considera que o uso de manipulativos está atado a uma perspectiva tradicional de apresentar esse material como um modelo já estruturado, sem qualquer contexto para as crianças.

Meira (1998) compara duas formas diferentes de analisar a transparência dos materiais: a partir da fidelidade epistêmica e a partir de uma visão sócio-histórica, baseada na noção de Vygotsky de ferramenta de mediação. Do ponto de vista da fidelidade epistêmica, o conceito de transparência é algo objetivo, inerente ao material,

que é medido a partir da qualidade das relações entre o material e o domínio do conhecimento que se deseja ensinar. Numa visão sócio-histórica, a transparência de um material é algo construído no processo de uso, mediada por seus participantes dentro de práticas sócio-culturais específicas. Assim, mais importante do que a análise da fidelidade epistêmica dos materiais seria o estudo sobre como os artefatos são transformados por estudantes no contexto das práticas ao darem sentido às idéias matemáticas.

Moyer (2001) argumenta que a manipulação ativa dos materiais permite que crianças desenvolvam um repertório de imagens que podem ser utilizadas na manipulação mental dos conceitos abstratos. Ainda reconhecendo que manipulativos não podem carregar significados neles próprios, esta autora chama atenção para a importância de considerar os manipulativos como potenciais ferramentas e os seus significados como função da tarefa para a qual o professor concebeu seu uso.

Analisando a literatura que inclui o uso de manipulativos em sala de aula, observamos pesquisas que mostram que crianças com uso de manipulativos se saem melhor do que sem esse uso (Sowell, 1989; Carpenter e Moser, 1982; Selva, (1998)). Carpenter e Moser (1982), por exemplo, mostraram que crianças pré-escolares norte-americanas que não haviam recebido instrução escolar sobre adição e subtração, apresentaram desempenhos melhores (78, 5% de acertos) na resolução de problemas parte-todo (combinação de quantidades) com pares numéricos pequenos quando tinham blocos disponíveis, do que na resolução do mesmo tipo de problema sem a presença de qualquer material (68%). Esta diferença foi ainda mais marcante quando os números envolvidos eram maiores que 10 (60,5% de acerto com a presença de blocos e 36,5% sem a presença). Selva (1998) analisando a resolução de problemas de divisão entre crianças de alfabetização e segunda série, também verificou desempenhos superiores quando as crianças tinham materiais manipulativos à disposição. Esta autora, entretanto, observou que embora melhores desempenhos fossem observados no grupo com objetos concretos, crianças nos outros grupo (com papel e lápis ou sem qualquer objeto) apresentavam estratégias mais flexíveis na resolução dos problemas (adição repetida, fato memorizado, etc). Crianças que dispunham de manipulativos tendiam, mesmo em séries mais avançadas, ao uso de estratégias simples de representação direta do problema.

Outros estudos mostram que a mera presença de manipulativos não garante a aquisição da compreensão conceitual, tal como ilustrado pelo estudo de Hart (1981) e

Hart & Sinkinson (1988) com crianças inglesas. Em entrevistas com as crianças, estes autores observaram que os alunos não percebiam qualquer relação entre as atividades concretas e a formalização matemática (“soma é soma e blocos são blocos”, 1988, p. 381). As ações das crianças nem sempre correspondiam isomorficamente às transformações escritas que deviam ser feitas na resolução do algoritmo da subtração e, os professores não davam uma atenção explícita para que as relações entre os procedimentos no material concreto e a formalização matemática fossem estabelecidas.

O estudo desenvolvido por Moyer (2001) analisou um outro fator relacionado ao uso de manipulativos: a concepção dos professores sobre como e porque manipulativos são usados na sala de aula. O estudo examinou o uso de manipulativos por dez professores do ensino fundamental, através de entrevistas e observações de sala de aula durante um ano letivo. Os professores foram voluntários e tinham participado durante duas semanas iniciais de um curso em que se discutiu ferramentas pedagógicas tais como manipulativos, calculadoras e computadores para ensinar matemática. Eles faziam parte de escolas públicas norte-americanas. Os resultados sugerem que professores usam manipulativos como um recurso para tornar a aula divertida, mas que desconectado do trabalho de ensino regular. Na concepção dos professores entrevistados para a compreensão dos conceitos matemáticos, os alunos devem usar o algoritmo, portanto, ignoram a possibilidade que através de experiências significativas com representações, tais como manipulativos, estudantes possam inventar seus próprios algoritmos.

Sowell (1989) realizou uma revisão de 60 estudos que incluem crianças da pré-escola ao ensino médio. A autora procedeu uma meta-análise para determinar a efetividade do uso de manipulativos (representações concretas e pictóricas) no ensino de matemática, considerando o desempenho, a retenção e transferência do conhecimento e a atitude dos alunos em relação à matemática. Os resultados mostraram-se significativos apenas no que se refere à efetividade do uso de manipulativos ao se comparar estudos envolvendo material concreto e instrução simbólica por períodos de intervenção longos (um ou mais anos). Não foram encontradas diferenças significativas ao se comparar instrução simbólica com pictórica ou pictórica com material concreto.

Esses dados mostram que há controvérsias sobre o uso de objetos concretos no ensino, observando-se uma diversidade de fatores que podem influenciar o trabalho com manipulativos em sala de aula. No próximo tópico será realizada uma breve reflexão sobre o trabalho com gráficos.

## Refletindo sobre gráficos

Gráficos consistem em representações bastante usadas na sociedade. Diversas informações tem sido veiculadas através de gráficos pela mídia impressa, de modo que crianças e adultos estão expostos frequentemente a este tipo de informação.

De modo geral, gráficos possibilitam a apresentação da informação numérica em um modo visual. Esse tipo de representação organiza diversas informações em um espaço bidimensional cartesiano. Gráficos têm sido utilizados basicamente na área do tratamento de informações possibilitando a comparação de diversas informações a partir de um esquema visual que auxilia o leitor a tirar algumas conclusões imediatas sobre o que apresenta maior frequência, menor frequência, tendências, por exemplo.

O nosso interesse específico em relação ao uso do gráfico enquanto suporte de representação na resolução de problemas se justifica a partir de três aspectos básicos, que são:

1. O gráfico é uma ferramenta simbólica bastante rica do ponto de vista dos conceitos matemáticos que permite abordar;
2. A construção/interpretação de gráficos implica na transformação de informações de um sistema simbólico (por exemplo, linguagem natural, banco de dados) para um outro sistema simbólico (o gráfico). Assim, o gráfico é uma ferramenta que permite a organização e análise de informações complexas de uma forma clara e coerente, permitindo ao usuário lançar mão de conceitos-em-ação (Vergnaud, 1990), noções percepto-relacionais do tipo maior → mais;
3. O trabalho com tratamento de informação, incluindo-se o uso de gráfico na organização/análise das informações, permite a integração da matemática com outras disciplinas escolares e com o conhecimento cotidiano da criança. Assim, parece bastante pertinente investigar a introdução deste suporte na atividade de resolução de problemas, possibilitando às crianças pequenas a discussão de propriedades matemáticas representadas no próprio gráfico, bem como uma ampliação de seus repertórios no que se refere ao uso de recursos simbólicos para a resolução de problemas e organização/interpretação de informações.

Do ponto de vista educacional, observamos que os próprios Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino de matemática (Brasil, 1997) recomendam que o

trabalho com tratamento de informação e noções de estatística deve fazer parte do currículo desde as séries iniciais do ensino fundamental. Entretanto, a reflexão sobre como e porque trabalhar com gráficos aparece ainda como uma lacuna, favorecendo que gráficos sejam tratados como um conteúdo desconectado dos demais conteúdos, como algo isolado.

Considerando os estudos empíricos, diversas pesquisas têm mostrado que crianças apresentam dificuldades relacionadas ao uso do sistema cartesiano (Bell e Janvier, 1981; Ainley, 2000). Também, dificuldades têm sido observadas na resolução de problemas envolvendo gráficos que se referem à comparação de quantidades e à combinação de quantidades (Santos e Gitirana, 2001; Guimarães, 2002). Em relação aos problemas de combinação é interessante ressaltar que tais problemas são resolvidos com sucesso por crianças ainda pré-escolares ao usarem materiais manipulativos, como demonstrado no estudo de Carpenter e Moser (1982), descrito no tópico anterior.

Considerando a importância de se trabalhar com gráficos desde séries iniciais, sugerimos que um caminho didático seria combinar o uso de gráficos e materiais manipulativos na resolução de problemas de estrutura aditiva, possibilitando a inserção dessa forma de representação em salas de aulas de uma forma mais significativa para as crianças.

## **MÉTODO**

### **Participantes**

57 crianças das séries de alfabetização e primeira série do ensino fundamental, com idades entre seis e oito anos, de uma escola da rede privada da cidade do Recife. As crianças foram emparelhadas a partir de resultados do pré-teste e distribuídas em três grupos: controle, experimental gráfico e experimental bloco e gráfico que participaram de um pré-teste semelhante, de intervenções específicas, de um pós-teste e de outro pós-teste posteriormente, após oito semanas.

### **Pré e pós-testes:**

Todas as crianças participaram do mesmo pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior. O pré e pós-testes foram exatamente iguais, consistindo da resolução de 30 problemas de estrutura aditiva por criança. Alguns problemas podem ser vistos no anexo 1. Os problemas variaram quanto à estrutura (combinação e comparação) e

quanto à forma de representação (problemas verbais-pictóricos<sup>1</sup> e gráficos com ou sem linhas de grade<sup>2</sup>). Durante o pré e pós-teste, as crianças não tiveram nenhum tipo de material manipulativo para auxiliá-las em seus cálculos.

Os problemas do pré e pós-testes foram apresentados em sessões coletivas na sala-de-aula (grupo classe completo), utilizando-se projeções de ilustrações em uma tela a partir de ambiente informatizado de apresentação (aplicativo PowerPoint™ do conjunto de aplicativos Microsoft Office™). Além das imagens dos problemas projetados usando-se o datashow, tais problemas estavam conectados a sons que eram escutados na aparição de cada um dos elementos do problema. Assim, por exemplo, num problema de combinação envolvendo blocos, na medida em que aparecia o enunciado na tela de projeção, um som era ouvido, depois na aparição dos blocos que representavam os dados do problema outro som era escutado, na estratégia de resolução apresentada, outro som era ouvido e assim por diante.

Os problemas foram distribuídos entre 4 partes. Fantoches iniciavam e finalizavam cada uma das partes, estimulando a participação das crianças. Cada criança recebeu um livreto com os problemas apresentados nas projeções da sessão coletiva impressos e com espaços reservados para que escrevesse sua resposta e/ou cálculo para cada um dos problemas. O pré-teste, a intervenção, o pós-teste e o pós-teste posterior foram aplicados nessa ordem, com diferenças de cinco dias entre o pré-teste e a intervenção, de dois dias entre a intervenção e o pós-teste e de oito semanas entre o pós-teste e o pós-teste posterior. Todas as sessões foram gravadas e transcritas.

### **Intervenção:**

A partir dos resultados do pré-teste, as crianças foram emparelhadas e distribuídas em três grupos: experimental bloco-gráfico, experimental gráfico e controle. Todas as crianças resolveram 27 problemas apresentados da mesma forma que no pré e pós-testes, a partir da projeção de imagens dinâmicas em tela por meio do datashow, em sessões envolvendo cada um dos grupos.

Os grupos experimentais resolveram 9 de combinação e 18 de comparação. O grupo controle resolveu 27 contas que envolviam os mesmos pares numéricos utilizados nos problemas dos grupos experimentais.

---

<sup>1</sup> Problemas verbais com desenhos correspondentes às quantidades descritas no enunciado do problema.

<sup>2</sup> As linhas de grade são linhas horizontais que correspondem aos valores da escala, veja exemplo no anexo 1.

Dependendo do grupo experimental, a forma de representação dos problemas variou. Assim, no grupo bloco-gráfico, os problemas podiam ser apresentados com desenhos de blocos ou gráficos com ou sem linhas de grade, enquanto que no grupo gráfico, os problemas sempre foram apresentados por meio de gráficos com ou sem linhas de grade. A atividade realizada com o grupo controle consistiu na resolução de contas de adição e subtração envolvendo os mesmos pares numéricos trabalhados nos outros dois grupos. Durante cerca de metade da intervenção as crianças do grupo bloco-gráfico e do grupo controle tiveram blocos para auxiliá-las na resolução dos problemas.

Para todos os grupos, a apresentação dos problemas foi dividida em três partes de nove problemas, com intervenções do professor, em um mesmo dia. Fantoches iniciavam e finalizavam cada uma das partes. Cada criança, tal como no pré, pós e pós teste posterior recebeu um livreto com três problemas por folha, em que ela ia escrevendo suas respostas. Também recebeu oito placas retangulares com números de dois a nove, com as quais mostravam suas respostas para os problemas que estavam resolvendo, ao serem solicitadas. Os tipos de problemas (combinação e comparação) e também os tipos de representações utilizados (problemas verbais com desenhos de blocos, problemas envolvendo gráficos com e sem linhas de grade) foram apresentados misturados, de modo a favorecer o contraste das diferenças e similaridades entre os problemas.

Durante a intervenção, o mesmo experimentador trabalhou com cada grupo (bloco-gráfico, gráfico e controle) em momentos separados, mas no mesmo dia. Enquanto o experimentador estava com um grupo na sala de aula, o professor estava com o outro grupo desenvolvendo alguma atividade. Em todos os vinte e sete problemas que fizeram parte da intervenção, as crianças foram solicitadas a mostrar placas indicando o valor de suas respostas e, depois, puderam ver uma estratégia possível e a resposta correta, no ambiente do computador. Desse total de problemas, em seis problemas de comparação e três de combinação, distribuídos entre as formas de representação presentes em cada grupo, houve uma participação maior do professor, explicando a estratégia mostrada na tela através do projetor e solicitando que algumas crianças explicassem a resposta correta. Nos outros problemas apresentados houve apenas a apresentação de uma estratégia correta e a resposta, sem explicações adicionais por parte das crianças e do professor.

Os pares numéricos utilizados foram os mesmos para todos os grupos e envolviam em todos os problemas valores menores que dez.

## RESULTADOS

Os dados foram submetidos a análises de variância:

- ANOVA 1: Uma análise de co-variância que teve como fatores independentes a *série* (com dois níveis: alfabetização e primeira série) e o *grupo* ao qual os sujeitos pertenciam (com três níveis: bloco-gráfico, gráfico e controle) e como variável co-variante o desempenho no pré-teste. A variável dependente foi o desempenho no pós-teste. O objetivo dessa análise foi verificar efeitos do nível de escolaridade dos sujeitos, dos grupos de intervenção a que pertenciam e da interação entre essas variáveis nos resultados obtidos pelos mesmos no pós-teste em relação aos resultados do pré-teste.
- ANOVA 2: Uma outra análise de covariância para analisar os dados obtidos no pós-teste posterior, em que foram mantidos os mesmos fatores independentes e variável co-variante, sendo o desempenho no pós-teste posterior a variável dependente. Os dados obtidos por meio dessa análise permitiram verificar se o comportamento observado no pós-teste em relação às variáveis investigadas (Anova 1) havia sido mantido ou não após oito semanas no pós-teste posterior.

Considerando o desempenho dos sujeitos no pré e pós-teste, para cada um dos níveis escolares analisados (variável *série*), observamos no pré-teste médias de 9,11 para a alfabetização e 19,13 para a primeira série e no pós-teste médias de 11,22 para a alfabetização e 21,5 para a primeira série. Os sujeitos de ambas séries apresentaram melhores desempenhos no pós-teste sendo essa diferença de desempenho significativa em relação ao pré-teste (Anova 1, efeito isolado da variável *série* sobre o desempenho no pós-teste:  $F= 4,610$ , 1g.l.,  $p=.037$ ). Observou-se diferenciação igualmente significativa nas séries no pós-teste posterior em relação ao pré-teste (Anova 2,  $F= 5,783$ , 1g.l.,  $p=.020$ ), verificando-se média de acerto de 12 na alfabetização e 23,60 na primeira série no pós-teste posterior.

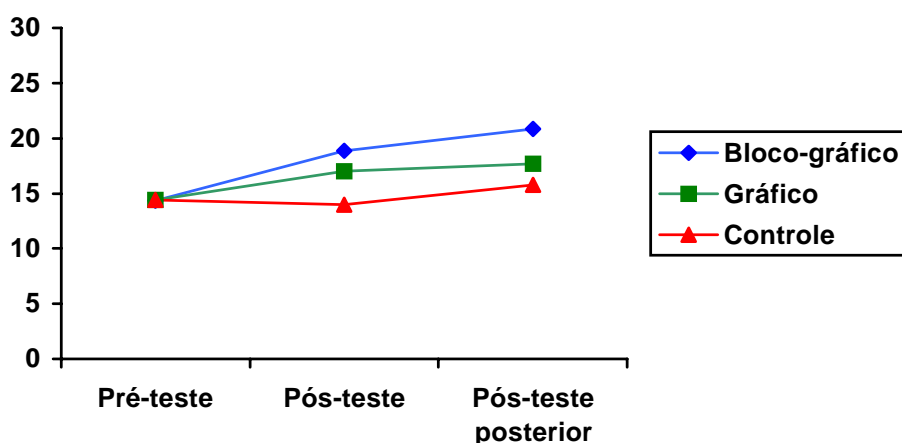
A análise do desempenho entre a alfabetização e primeira série nas três fases do estudo (pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior) foi verificada a partir do Teste U de Mann-Whitney. Foi constatado, em todas as fases, desempenhos significativamente superiores da primeira série em relação à alfabetização. ( $U= 55,5$ , uni-caudal,  $p<.000$  no pré-teste;  $U= 78,5$ , uni-caudal,  $p<.000$ , no pós-teste e  $U= 99,5$ , uni-caudal,  $p<.000$ , no pós-teste posterior).

Em relação à variável *grupo*, observamos no pré-teste médias de 14,32 no grupo *bloco-gráfico*, 14,42 no grupo *gráfico* e 14,42 no grupo *controle*. No Pós-teste o grupo *bloco-gráfico* obteve uma média de acerto de 18,89, o grupo *gráfico* obteve 17 e o



grupo controle 14. Estas diferenças nos resultados do pós-teste em relação ao pré-teste mostraram-se significativas (Anova 1:  $F= 9,552$ , 2gl,  $p = .000$ ). Este efeito diferenciador da variável grupo se manteve ao serem comparados o pré-teste e o pós-teste posterior (Anova 2:  $F= 4,548$ , 2g.l.,  $p= .015$ ). No pós-teste posterior o grupo bloco-gráfico obteve uma média de acertos de 20,84, o grupo gráfico 17,68 e o grupo controle 15,79.

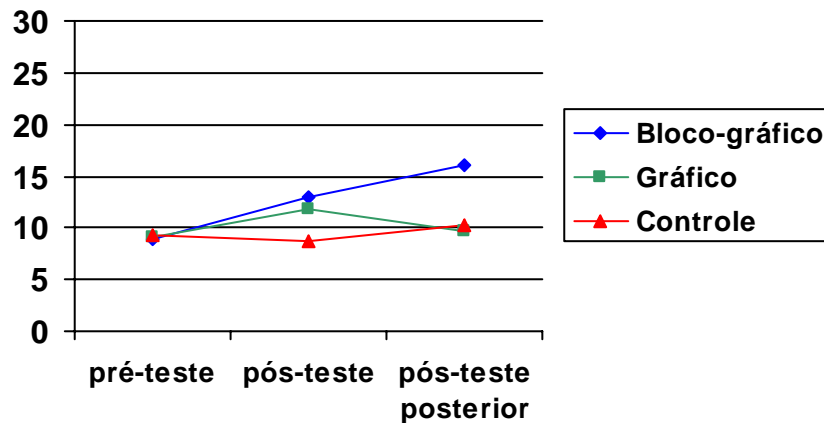
Refinando-se a análise do efeito da variável *grupo* verificou-se no pós-teste a existência de diferenças significativas de desempenho em função do tipo de grupo, para a comparação bloco-gráfico e controle (Bonferroni,  $p=.000$ ) e gráfico e controle (Bonferroni,  $p=.033$ ). Entre o grupo bloco-gráfico e gráfico não encontramos diferenças significativas. No pós-teste posterior observamos efeitos significativos apenas entre os grupos bloco-gráfico e controle (Bonferroni,  $p=.014$ ). Esses resultados são ilustrados pelo gráfico 1, que compara a média de acerto do pré, pós-teste e pós-teste posterior por grupo:



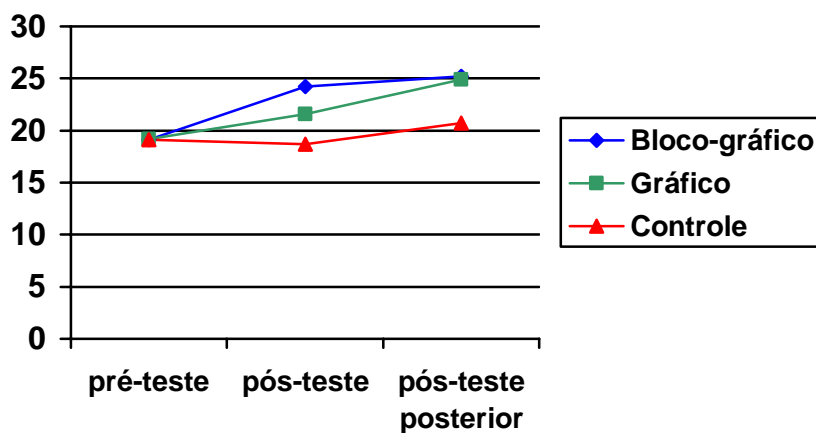
**Gráfico 1:** Média de acerto no pré, pós-teste e pós-teste posterior em função do tipo de *grupo*.

O efeito de interação entre as variáveis *série e grupo* não se mostrou significativo ao serem comparados tanto os dados obtidos no pré-teste e no pós-teste como ao se comparar pré-teste e pós-teste posterior.

Considerando o desempenho dos grupos em cada uma das séries, observamos os seguintes resultados, ilustrados pelos gráficos 2 e 3:



**Gráfico 2:** Média de acerto no pré, pós-teste e pós-teste posterior em função do tipo de *grupo* na alfabetização.



**Gráfico 3:** Média de acerto no pré, pós-teste e pós-teste posterior em função do tipo de *grupo* na primeira série.

É interessante notar que o grupo gráfico na alfabetização apresenta uma queda de desempenho no pós-teste posterior comparado ao desempenho no pós-teste imediato. Na primeira série, esse mesmo grupo mostrou um padrão de desempenho diferente, verificando-se um acentuado avanço no pós-teste posterior.

Considerando isoladamente a alfabetização, as médias de acerto observadas foram 9 no pré-teste e 13 no pós-teste do grupo bloco-gráfico, 9,11 no pré-teste e 11,89 no pós-teste do grupo gráfico e 9,22 no pré-teste e 8,78 no pós-teste do grupo controle (veja gráfico 2). Comparando as médias obtidas por cada um dos grupos no pós-teste, observamos diferenças significativas entre os grupos bloco-gráfico e controle ( $U=19$ ,  $p=.028$ , unicaudal) e aproximadamente significativa entre o grupo gráfico e controle ( $U= 22,5$ ,  $p= .055$ , unicaudal). Na comparação das médias dos grupos no pós-teste

posterior se encontrou diferenças significativas no desempenho do grupo bloco-gráfico em relação ao grupo gráfico ( $U=21$ ,  $p=.0415$ , unicaudal) e em relação ao grupo controle ( $U=21,5$ ,  $p=.046$ , unicaudal). A média de acerto obtidas no pós-teste posterior do grupo bloco-gráfico foi 16, do grupo gráfico foi 9,67 e do grupo controle foi 10,33.

Em suma, na alfabetização, ainda que no pós-teste imediato ambos grupos tenham mostrado diferenças no desempenho em relação ao grupo controle, ao se comparar o desempenho no pós-teste posterior com o pré-teste se observa uma queda acentuada no desempenho do grupo gráfico entre o pós-teste imediato e o pós-teste posterior. Assim, no pós-teste posterior, o grupo bloco-gráfico manteve uma diferença significativa de desempenho em relação ao grupo controle apresentando, também, desempenho significativamente superior ao grupo gráfico.

Na primeira série, as médias obtidas pelos grupos no pré-teste foram: 19,1 o grupo bloco-gráfico, 19,2 o grupo gráfico e 19,1 o grupo controle. No pós-teste foram: 24, 2 o grupo bloco-gráfico, 21, 6 o grupo gráfico e 18, 7 o grupo controle. Comparando as médias do pós-teste imediato, o teste U de Mann-Whitney mostrou diferenças de desempenho significativas apenas na comparação do grupo bloco-gráfico e controle ( $U=14,5$ ,  $p=.0025$ , unicaudal). Ainda que se observem melhores desempenhos do grupo gráfico em relação ao controle, essa diferença não se mostrou significativa ( $U=32,5$ ,  $p=.090$ , unicaudal). Esses dados podem ser melhor observados no Gráfico 3.

Considerando as médias do pós-teste posterior na primeira série, observamos diferenças significativas entre o grupo bloco-gráfico e o grupo controle ( $U=14$ ,  $p=.0025$ , unicaudal) e entre o grupo gráfico e o grupo controle ( $U=23,5$ ,  $p=.022$ , unicaudal).

Em resumo, na primeira série, no pós-teste imediato apenas o grupo bloco-gráfico apresentou um desempenho significativamente superior em relação ao grupo controle. No pós-teste posterior o grupo bloco-gráfico permanece ascendendo e que o grupo gráfico apresenta um acentuado crescimento. Nessa fase, as diferenças de ambos grupos experimentais em relação ao grupo controle foram significativas. Não se observaram diferenças significativas entre os grupos experimentais.

Para compreender melhor a queda de desempenho observada no grupo gráfico na série de alfabetização, realizamos uma análise mais refinada nessa série considerando as variáveis *tipo de problema* (combinação e comparação) e *apresentação dos problemas* (problema verbal -pictórico, gráfico com linhas de grade e gráfico sem linhas de grade).

Em relação à variável *tipo de problema*, observamos no grupo gráfico, um avanço no desempenho nos problemas de comparação no pós-teste (médias de 2,33 no pré-teste e 4,56 no pós-teste) que, entretanto, não foi mantido após oito semanas no pós-teste posterior (média de acerto: 3).

A análise da variável *apresentação dos problemas* também nos dá algumas pistas sobre o desempenho do grupo gráfico observado na série de alfabetização. Após a intervenção, observamos no pós-teste, desempenhos significativamente superiores em problemas com gráficos, especialmente, com linhas de grade. Esse desempenho, entretanto, não foi mantido no pós-teste posterior, verificando-se uma queda (médias em problemas com gráficos com linhas de grade: 1,89 no pré-teste; 4,44 no pós-teste e 2,89 no pós-teste posterior).

Seguindo essa linha de resultados, verificamos na interação entre as variáveis *tipo de problema e apresentação dos problemas* que o grupo gráfico, na série de alfabetização, apresentou no pós-teste avanço significativo nos problemas de comparação envolvendo gráficos com linhas de grade. Nesse mesmo tipo de problema, entretanto, foi constatada uma queda significativa no desempenho no pós-teste posterior, realizado após oito semanas.

Esses resultados parecem mostrar que a intervenção do grupo gráfico da alfabetização teve um efeito imediato nos problemas de comparação com gráficos mas que esse conhecimento não foi duradouro pois após oito semanas, observaram-se nesses mesmos problemas, uma queda acentuada no desempenho das crianças.

## CONCLUSÕES

Para guiar o leitor vamos formular algumas questões para orientar nossa reflexão sobre os dados obtidos.

1. A intervenção cumpriu o seu objetivo de favorecer o desempenho das crianças?

A resposta para essa pergunta foi afirmativa. Os resultados obtidos mostraram efeitos significativos da variável grupo sobre o desempenho no pós-teste realizado. Observamos que no pós-teste, crianças dos grupos de intervenção (gráfico e bloco-gráfico) apresentaram médias de acerto superiores às crianças do grupo controle. Comparando-se tais desempenhos, diferenças significativas foram observadas entre o grupo bloco-gráfico e controle e entre o grupo gráfico e controle.

No pós-teste posterior, oito semanas após a intervenção, os grupos experimentais e o grupo controle apresentam avanços que podem ser atribuídos ao efeito escolar. Os dados obtidos na comparação entre os grupos no pós-teste posterior mostram uma significativa superioridade no desempenho apenas do grupo bloco-gráfico em relação ao grupo controle.

Quando consideramos as séries isoladamente, observamos que na primeira série após a intervenção, ambos grupos experimentais apresentaram desempenhos superiores em relação ao grupo controle, sendo, no entanto significativa apenas a diferença entre o grupo bloco-gráfico e o controle. No pós-teste posterior, devemos ressaltar o avanço observado no grupo gráfico praticamente igualando às médias do grupo bloco-gráfico, constatando-se diferenças significativas de desempenho de ambos grupos experimentais em relação ao grupo controle.

A alfabetização apresentou um comportamento semelhante à primeira série no pós-teste imediato, mostrando o efeito da intervenção principalmente no grupo bloco-gráfico. No pós-teste posterior diferenças significativas são observadas também apenas comparando-se o grupo bloco-gráfico e controle, havendo uma acentuada queda no desempenho do grupo gráfico.

Esses resultados sugerem que efeitos da intervenção (pós-teste posterior) auxiliados pelo próprio efeito do trabalho escolar durante oito semanas, favoreceram o desempenho das crianças de ambos grupos experimentais da primeira série e do grupo bloco-gráfico da alfabetização, que mantiveram um desempenho ascendente no pós-teste posterior em relação às médias do pós-teste imediato. Diferentemente, o grupo gráfico na alfabetização apresentou uma queda de desempenho acentuada no pós-teste posterior.

Ainda que tenhamos observado os avanços relatados acima, que mostram que a intervenção produziu efeito positivo sobre o desempenho, ainda constatamos a persistência de algumas dificuldades na resolução de problemas de comparação, principalmente na série da alfabetização e com uso do suporte gráfico. Esses dados parecem confirmar que estabelecer conexões entre diferentes representações não é algo fácil e simples para as crianças.

O fato de termos tido apenas uma sessão de intervenção/discussão com as crianças sobre suas estratégias para lidar com os problemas e tipos de representação utilizados no estudo pode ajudar a explicar o pequeno avanço observado, principalmente na série da alfabetização.

2. O que pode ter contribuído para favorecer as crianças dos grupos experimentais, especialmente as do grupo bloco-gráfico? O que houve com o grupo gráfico no pós-teste posterior que não manteve os avanços observados imediatamente após a intervenção?

Para responder à questão sobre os fatores que podem ter auxiliado as crianças do grupo bloco-gráfico a se beneficiarem da intervenção mais do que as crianças do grupo gráfico vamos primeiro focalizar as semelhanças e diferenças entre os grupos de intervenção. Crianças de todos os grupos resolveram a mesma quantidade de problemas na intervenção, obtendo retorno da resposta correta em todos os problemas e recebendo explicações adicionais na mesma quantidade de problemas e nos mesmos problemas. O que diferia entre eles? Basicamente dois aspectos: 1. Crianças do grupo bloco-gráfico e do grupo controle tiveram blocos à disposição para manipulação durante cerca de metade dos problemas da intervenção, enquanto crianças do grupo gráfico não tiveram tal material de suporte à sua disposição; 2. No ambiente informatizado de apresentação dos problemas, na intervenção, 1/3 dos problemas foram apresentados por meio de imagens de blocos encaixados em barras para as crianças do grupo bloco-gráfico e 2/3 a partir de gráficos, enquanto crianças do grupo gráfico resolveram apenas problemas com gráficos. Finalmente, as crianças dos três grupos participantes receberam instrução sobre contas de adição e subtração envolvendo os mesmos pares numéricos.

A partir desses pontos podemos levantar possíveis razões para o desempenho superior das crianças do grupo bloco-gráfico. A primeira, que não nos parece consistente, é a possibilidade de manipulação do material na resolução dos problemas. As crianças do grupo bloco-gráfico tiveram os blocos à disposição e também resolveram problemas em ambiente informatizado envolvendo imagens de blocos encaixados em barras e também de gráficos de barras. Entretanto as crianças não eram obrigadas a usarem os blocos, eles apenas estavam à mão. Nossas observações da sala durante a intervenção consideraram que apenas aproximadamente metade das crianças utilizou os blocos em algum dos problemas, ainda que algumas crianças e o próprio experimentador tenham usado blocos como apoio para as explicações sobre os problemas resolvidos. Um trecho da intervenção na 1ª série que ilustra esse aspecto é o seguinte:

Problema: Gráfico com linhas de grade com duas barras representando girassóis (três) e rosas (cinco). A pergunta do problema era: Quantas rosas tem a mais do que girassóis?

C: [mostram placas com dois e cinco como respostas]

E: Vamos ver... [A estratégia é mostrada na tela: aparecem duas linhas que vão do limite superior das barras até a escala. Em seguida escurece o pedaço da barra maior que não está em correspondência com a barra menor. Números aparecem para contar os espaços escurecidos, surgindo a resposta por escrito.] Duas rosas a mais.

[Vibração das crianças]

E: Quem pode explicar porque a resposta foi “duas rosas”? ... Diga [dirigindo-se a C1].

C1: Porque três mais dois é cinco.

C2: Tem dois para cima [na coluna da rosa].

E: Jóia. Tinha três girassóis e cinco rosas. Tem duas rosas a mais [mostra no gráfico e pega duas colunas de três e cinco blocos]. Como a gente resolveu antes com os blocos. Vejam, se tirar dois daqui [tira da coluna de cinco] fica o mesmo tanto. Ou, se botar dois aqui [acrescenta dois à coluna menor] fica o mesmo tanto. Assim, comparando a quantidade de rosas com girassóis tem duas rosas a mais do que girassóis [mostrando os blocos da coluna maior que não estavam em correspondência com os blocos da coluna menor]. Agora aqui no gráfico...três girassóis e cinco rosas. Até aqui era o mesmo tanto de girassóis e rosas, três [mostra a linha referente a três]. Se tirar dois daqui [coluna maior] fica o mesmo tanto ou se botar dois aqui também fica a mesma quantidade. Tem duas rosas a mais do que girassóis.

Considerando o uso de blocos, ainda é importante lembrar que as crianças do grupo controle também tiveram blocos à disposição e nem por isso obtiveram desempenhos semelhantes ao grupo bloco-gráfico. Assim, ainda que blocos tenham sido utilizados por algumas crianças, não nos parece o suficiente para afirmar que os blocos foram o fator crucial para o melhor desempenho do grupo bloco-gráfico.

Uma segunda explicação que nos parece mais consistente, considera o fato das crianças do grupo bloco-gráfico terem trabalhado problemas com blocos e com gráficos misturados na intervenção, o que lhes permitiu o estabelecimento de ligações mais funcionais entre essas duas formas de representação, uma já conhecida (problemas verbais-pictóricos) e outra em que eles tinham tido até então pouco acesso na escola no contexto de resolução de problemas, os gráficos. Este aspecto seria favorável ao desempenho em ambos tipos de problemas (comparação e combinação) enfocados no estudo. As apresentações dos problemas com blocos no ambiente informatizado e a relação explícita estabelecida pelo experimentador entre os blocos e os gráficos de

barras naquele contexto específico de investigação (como ilustrada acima) poderiam auxiliar na “descompressão” do gráfico de barras, para usar a terminologia criada por Nunes (1997), possibilitando que as crianças percebessem as unidades constituintes (mesmo no gráfico com linha de grade as barras são contínuas!), sua relação com a escala e relacionassem o trabalho com gráficos às estratégias de resolução de problemas utilizadas por eles com outras representações mais familiares.

Em relação às razões da queda observada no grupo gráfico no pós-teste posterior, constatamos que foi localizada na série da alfabetização, basicamente na resolução de problemas de comparação que mobilizavam gráficos. Dessa forma, verificamos que os maiores avanços observados no pós-teste imediato, que foram justamente nesses problemas, não foram mantidos após oito semanas. Uma das possíveis razões para isso nos remete à nossa hipótese acima descrita que explica os melhores resultados do grupo bloco-gráfico pela possibilidade do estabelecimento de relações entre representações já familiares com a representação gráfica e que não ocorreu na intervenção do grupo gráfico, durante a qual as crianças apenas resolveram problemas com gráficos. Possivelmente, a falta de conexões explícitas entre ambas formas de representação foi mais sentida pela alfabetização, desde que para as crianças da primeira série, que já apresentavam uma compreensão conceitual mais avançada dos problemas trabalhados, pode ter sido mais fácil desenvolver uma compreensão sobre gráficos.

Para concluir devemos ressaltar que o que consideramos mais importante aspecto da intervenção foi a possibilidade que as crianças tiveram de discutir aspectos da representação gráfica (ambos os grupos experimentais), suas estratégias de resolução de problemas e ainda, no caso do grupo bloco-gráfico, de relacionar tal representação a outras representações mais familiares, tal como a resolução de problemas verbais com manipulativos, possibilitando um possível estabelecimento de relações entre ambas representações.

Finalizando, gostaríamos de ressaltar que tal como havíamos combinado com a escola, após o término do estudo realizamos a intervenção do grupo bloco-gráfico com os dois outros grupos que fizeram parte do estudo e também discutimos com toda equipe pedagógica (professores e coordenadores) os resultados obtidos em nossa pesquisa.



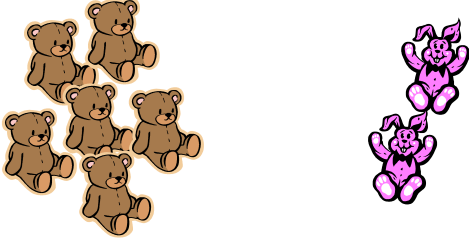
## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AINLEY, J. (2000). Exploring the transparency of graphs and graphing. XXIV *Proceedings of the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Japão.
- BELL, A. & JANVIER, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For the Learning of Mathematics*, vol.2, nº1, p. 34-42.
- BRASIL (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- CARPENTER, T.P. & MOSER, J.M. (1982) .The development of addition and subtraction problem-solving skills. In: T.P. CARPENTER, J.M. MOSER & T. A. ROMBERG (Eds.), *Addition and Subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale: Erlbaum.
- GRAVEMEIJER, K.P.E. (1994). *Development realistic mathematics education*, Utrecht CD B Press.
- GUIMARÃES, G. L. (2002). *Interpretando e construindo gráficos de barras*. Tese de doutorado, Pós-graduação em Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco.
- HART , K.M. (1987). Practical work and formalisation, too great a gap. *Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Conference Psychology of Mathematics Education*. Montreal.
- HART, K. M. & SINKINSON, A. (1988), Forging the link between practical and formal mathematics. *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Conference Psychology of Mathematics Education*. Veszprem.
- MEIRA, L. (1998). Making sense of instructional devices: the emergence of transparency in mathematical activity, *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 2, p. 121-142.
- MOYER, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in mathematics*, vol. 47, nº 2, 175-197.
- NUNES, T. & BRYANT, P. (1991). Correspondência: um esquema quantitativo básico. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, v.7,n.3, pp.273-284.
- NUNES, T. (1997). Systems of signs and mathematical reasoning. In: NUNES, T. & BRYANT, P. (Eds.) *Learning and teaching mathematics: na international perspective*. London: Psychology Press.
- SANTOS, M. & GITIRANA, V. (2001) A interpretação de gráficos de barra, com variáveis numéricas, em um ambiente computacional de manipulação de dados. *Anais do Encontro de Pesquisa em Educação do Nordeste (CD-ROM)*, Maranhão.

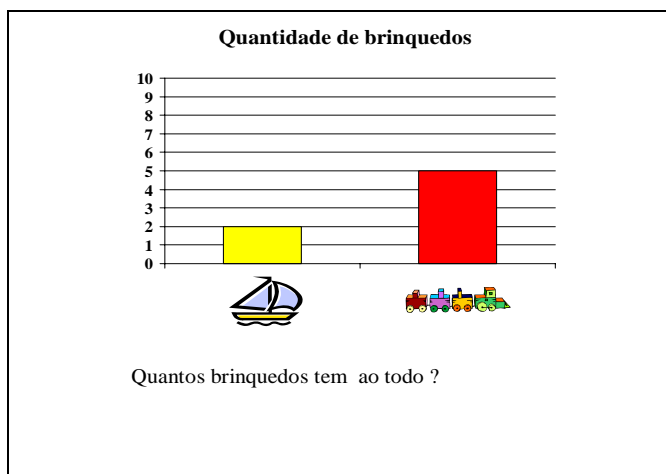
- SELVA, A. C. V. (1998). Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. Em: SCHLIEMANN, A. D. & CARRAHER, D. (orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa*. São Paulo: Papirus.
- SOWELL, E. J. (1989). Effects of manipulative material in mathematics instruction. *Journal for research in mathematics education*, vol. 20, nº 5, p. 498-505.
- TIERNEY, C. AND NEMIROVSKY, R. (1991). Children's Spontaneous Representations of Changing Situations. *Hands on!* Vol. 14, nº 2.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10-23, 133-170.

## ANEXO 1

Uma loja tem 6 ursinhos e 2 coelhinhos de pelúcia para vender.  
Quantos ursinhos tem a mais do que coelhinhos?



Problema verbal-pictórico,  
comparação



Problema com gráfico com linhas  
de grade, combinação