

LACUNAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE NUMERAÇÃO

MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque – PUCSP

SENTELHAS, Maria Silvia Brumatti – PUCSP

GT: Educação Matemática /n.19

Agência Financiadora: Não contou com financiamento.

1. Introdução

Esse trabalho é parte integrante de um projeto mais amplo que desenvolve estudos que relacionam a Álgebra ensinada na formação de professores e a praticada nas escolas do ensino infantil e básico. Tal projeto toma como pressupostos:

- a) que o estudo de números seja parte integrante do estudo da Álgebra;
- b) algumas conclusões dos trabalhos de Brzezinski e Garrido (2001).

b1) Nos dias atuais a concepção de formação de professores adotada por pesquisadores nacionais e estrangeiros identifica-se cada vez mais com o processo de desenvolvimento contínuo do professor, acentuando-se a unidade desse processo na diversidade de suas fases: formação pré-serviço, ou inicial, e formação em serviço, ou continuada. Considera-se que formação inicial e formação continuada não são mais do que dois momentos de um mesmo processo.

b2) A abordagem construtivista, que tem fundamentado grande parte das pesquisas sobre ensino de ciências e matemática, deixa abertas questões, que passam a ser objeto de estudos, como: “*Quais as diferenças entre o conhecimento cotidiano, trazido pelo aluno, a ciência ensinada nas escolas e a ciência produzida na comunidade científica?*”.

b3) Propor cursos a partir de pressupostos construtivistas significa também rever o conceito de “educação científica” e repensar o currículo de formação do professor. Ensinar passa a exigir do professor *nova postura sobre a construção do conhecimento científico. Ensinar exige também entendimento sobre como o estudante constrói o conhecimento e como o professor pode favorecer esse processo.*

Tendo em vista a mencionada urgência e a relativa carência de pesquisas brasileiras recentes nessa orientação, na Educação Infantil, (Fiorentini, 2001, 2002), no presente estudo realizamos uma investigação que focaliza **o entendimento sobre como o estudante constrói alguns conhecimentos sobre números e como o professor pode favorecer esse processo.**

A relevância dessa investigação se dá pelas implicações pedagógicas dela decorrentes pois, segundo Thomas e Tall (2001), o estudo cada vez mais profundo e detalhado sobre o desenvolvimento cognitivo em aritmética tem mostrado que a evolução de processos de contagem e de cálculo é decorrente de conhecimentos desenvolvidos sobre relações entre números, indicando que essas relações permitem a construção, por parte dos alunos, de novos processos de contagem e de cálculo na utilização dos conhecimentos previamente obtidos. Assim, a nosso ver, é fundamental ao professor das séries iniciais ter indicações sobre quais conhecimentos poderá esperar que seus alunos possuam e quais ele deverá desenvolver para um melhor planejamento de ensino.

2. Procedimentos de pesquisa e quadro teórico

O alvo do estudo foi a rede pública municipal de Santo André, no segmento da Educação Infantil para a faixa de seis a sete anos. Dos seis setores escolares pertencentes a esse segmento dessa rede, um deles, o setor 2, entusiasmou-se em participar da investigação.

O estudo realizou-se em três fases. Na primeira, analisamos a proposta curricular do município e os conteúdos de numeração dos planejamentos de ensino do setor 2, envolvendo 32 professoras, a fim de retirarmos elementos para comparação entre o que é proposto no documento municipal e o conteúdo de numeração planejado pela maioria das professoras desse setor.

Na segunda, realizamos entrevista livre, durante 1h, com uma professora desse setor que se interessou em participar da investigação, para que obtivéssemos dados sobre algumas atividades desenvolvidas em classe relacionadas aos conteúdos sobre números listados no planejamento e, também, para fazermos algumas previsões sobre os conhecimentos e procedimentos que poderiam ser utilizados por seus alunos nas tarefas que proporíamos a eles na terceira fase.

Na terceira, mais diretamente ligada ao objetivo desse trabalho, pedimos a essa professora que escolhesse 12 alunos considerando seu desempenho em matemática (4 com baixo desempenho, 4 com desempenho médio e 4 com bom desempenho). Os alunos selecionados foram entrevistados individualmente, em uma sessão de 40 min, cada. Conduzimos essa parte da investigação através de entrevistas clínicas baseadas em tarefas. Esse procedimento de pesquisa nos proporciona condições para a coleta de dados escritos em folha de papel, que são obtidos dos alunos pelas respostas a tarefas propostas. Possibilita também o enriquecimento dos dados escritos, por incluir intervenções orais previamente planejadas pelas pesquisadoras e conseqüentes respostas dos alunos, no decorrer da solução das tarefas (Golding, 2000).

As entrevistas foram conduzidas por uma das investigadoras, filmadas e transcritas.

Na elaboração das *questões das entrevistas baseadas em tarefas e análise das respostas dos alunos* nos fundamentamos nos trabalhos de Vergnaud (1994), Fuson, Richards e Briars (1982), Gray e Tall (1994), Lerner e Sadovsky (1996), Douady (1984), ERMEL (1991).

Vergnaud afirma que, ao enunciar a seqüência numérica, a criança pode situar-se em dois níveis diferentes, do ponto de vista cognitivo:

a) no da simples recitação em que diz as palavras que sabe que devem se suceder e, freqüentemente, pode se enganar. E, mesmo que saiba recitar, sem enganos, a seqüência dos n primeiros números não significa que ela saiba contar objetos até n;

b) no da contagem propriamente dita, que implica em fazer acompanhar a recitação da seqüência numérica de gestos da mão e de movimentos dos olhos que mostram que a criança estabelece uma correspondência entre o conjunto contado e a seqüência numérica oral. (Vergnaud, 1994, p.81)

Para esse pesquisador a noção de número está longe de ser uma noção elementar. Ela se apóia sobre as noções de aplicação, de correspondência biunívoca, de relação de equivalência e de relação de ordem. Segundo ele, porém, não são essas noções que caracterizam verdadeiramente os números. Todo sistema arbitrário

ordenado, como o alfabeto, por exemplo, pode servir aos mesmos usos. É a possibilidade de adicioná-los e de dar um sentido a essa adição que dá aos números sua característica essencial.

Fuson, Richards e Briars (1982) concluíram em seu estudo que, em experiências sucessivas, quando ocorre a recitação da seqüência numérica estimulada por questões do tipo *diga até quanto você sabe contar*, as respostas podem ser decompostas em três categorias: parte estável e convencional; parte estável e não convencional e parte nem estável nem convencional. Nomearam de parte estável o intervalo da seqüência que a criança recitava quase sempre (ou sempre), nas experiências sucessivas; chamaram de parte convencional o intervalo da seqüência recitado de modo ordenado e sem omissões.

Gray e Tall (1994) sintetizaram que a aprendizagem da adição, de $3 + 4$, por exemplo, se dá por meio de uma crescente sofisticação do conhecimento até chegar no que chamam de “compressão”. No primeiro nível, nomeado de *conta-todos*¹, a criança usa três procedimentos simples de contagem de objetos físicos, falando *um* ao começar cada contagem. Assim, conta 3 objetos (falando 1, 2, 3), conta 4 objetos (falando 1, 2, 3, 4) e, em seguida, conta 7 objetos (falando 1, 2, 3, ...7).

No segundo nível, nomeado de *conta-ambos*², a criança usa somente dois procedimentos de contagem: uma contagem simples de 3 objetos (falando 1, 2, 3) e, então, uma sobrecontagem³ para os 4 objetos seguintes (falando 4, 5, 6, 7).

No terceiro, chamado de *sobrecontagem*⁴, consideram que ocorre um processo de contagem mais sofisticado que envolve um só procedimento, a criança conta diretamente 4 objetos (falando 4, 5, 6, 7) sem proceder a contagem dos 3 objetos (ou a fala 1, 2, 3).

No quarto, *sobrecontagem escolhendo o maior*⁵, é feita uma sobrecontagem mais curta, a criança inicia a contagem de 3 objetos, falando 5, 6, 7, sem proceder a contagem dos 4 objetos (ou a fala 1, 2, 3, 4).

No quinto, denominado de *fato derivado*⁶, a soma exigida deriva de outros fatos conhecidos ($3 + 4$ é um a menos que 8, então são 7).

¹ Em inglês count-all

² em inglês count-both

³ em inglês count-on

⁴ em inglês count-on

⁵ em inglês count-on form larger

⁶ em inglês derived fact

No sexto, denominado de fato conhecido⁷, a criança busca simplesmente uma informação já memorizada (3 + 4 são 7).

Lerner e Sadovsky (1996) consideram que as crianças constroem hipóteses de escrita numérica, com base nas regularidades que observam.

Realizaram entrevistas com crianças de cinco a oito anos, sob dois enfoques. O primeiro, centrado na *comparação de escritas numéricas*. O segundo, centrado na *escrita numérica produzida pelas crianças*.

As pesquisadoras descreveram diversos critérios usados pelas crianças, para comparação, dos quais mencionamos apenas os que embasam o presente artigo. Quando a escrita do número e sua denominação oral eram conhecidas, a comparação era feita considerando as posições ocupadas na seqüência numérica natural.

12 é maior porque tem mais números atrás dele, porque 6 para baixo tem menos atrás dele.(idem, p.79)

Para observarem a *produção de escrita numérica pelas crianças*, as pesquisadoras solicitavam: *Pensem em um número muito alto e escrevam-no.* (Lerner e Sadovsky, 1996, p.77). Descreveram a produção de escritas consideradas não convencionais, interpretadas pelas autoras como correspondentes à numeração falada, isto é, ao escreverem o número trinta e quatro as crianças escreviam 304 e justificavam como sendo o *trinta* e o *quatro*.

Com base em ERMEL (1991), ressaltamos que uma frase como *doze é maior que seis, porque doze vem depois de seis* indica uso do aspecto ordinal, por se apoiar apenas na seqüência numérica para justificar a comparação. A frase *doze é maior que seis, porque doze tem seis a mais que seis* indica apoio no aspecto cardinal (da quantidade que o número representa) para justificar a comparação.

Nesse quadro, em relação às entrevistas baseadas em tarefas aplicadas aos alunos procuramos saber:

- *até que números recitavam;*
- *quais procedimentos utilizavam para resolver adições do tipo $a + b = c$, com $a, b \leq 9$;*

⁷ em inglês known fact

- *quais justificativas utilizavam nas comparações de números até 12, se utilizassem-nas;*
- *quais hipóteses de escrita de números apresentavam, se apresentassem-nas.*

3. Resultados

3.1. A proposta curricular de Santo André e os conteúdos de numeração planejados pelas professoras.

A proposta curricular do município fornece orientações gerais para a confecção dos planejamentos e propõe que cada escola elabore seu projeto de trabalho, definindo os temas e conteúdos a serem trabalhados.

O resultado do levantamento a que nos propusemos é apresentado na tabela I.1.

Tabela I.1

Conteúdos de numeração desenvolvidos no nível III ⁸ por professores de Educação Infantil do setor 2 do município de Santo André - 1999	
Conteúdos	n_p / n_t *
Seqüência numérica até 10 – ordenação crescente e decrescente	32/ 32
Correspondência biunívoca até 10	14/ 32
Relação número - quantidade até 10	32/ 32
Adição e subtração de números até 9	32/ 32
Problemas envolvendo adição ou subtração de números até 9	22/ 32
Seqüência numérica até 31 – calendário	21/ 32

* n_p corresponde ao número de professores que desenvolvem o conteúdo citado e n_t ao número total de professores consultados.

Desses resultados, retiramos elementos para prepararmos a entrevista com a professora da classe em que foi aplicada a pesquisa.

⁸ Correspondente a alunos de 6 anos

3.2 Atividades sobre números propostas pela professora dos alunos investigados

Apresentamos essas atividades transcrevendo trechos das conversas que realizamos com a professora durante a entrevista livre. Nessa transcrição usamos I para a investigadora e P para a professora.

I – *Quais atividades você costuma dar aos seus alunos como recurso para o ensino/aprendizagem de números?*

P – *Fazemos diariamente a contagem dos alunos presentes e costumamos jogar boliche e dado para que contem seus pontos. Cada aluno tem uma folha representando o calendário do mês que eles pintam diariamente.*

I – *Nesses jogos, eles marcam os pontos usando a escrita numérica?*

P – *Não, eles usam desenhos de bolinhas ou pauzinhos indicando os pontos obtidos. E eu nunca pedi que representassem usando a escrita numérica.*

I – *Nesses jogos, até que quantidade os alunos chegam a desenhar?*

P – *No boliche, usamos dez garrafas e eles marcam por partida. Nos jogos de dado, eles marcam os resultados de duas a três partidas.*

I – *Você costuma escrever números com diversos algarismos em suas atividades de sala de aula?*

P – *O maior número que escrevo com eles é o 1999, que usamos no cabeçalho. Na seqüência numérica, usamos até 31, no calendário.*

I – *Você já chegou a propor que os alunos escrevessem algum número que conhecessem, além dos que habitualmente usa em sala de aula?*

P – *Não, nunca fiz isso.*

I – *Seus alunos sabem fazer a adição de números menores que nove?*

P – *Fazemos algumas adições com tampinhas ou com desenhos. Estou começando a introduzir a adição.*

I – *Quando você dá um jogo no qual os jogadores acumulam pontos, os alunos sabem dizer quem ganhou?*

P – Sabem.

I – E eles chegam a dizer com quantos pontos a mais ganharam?

P – Não sei se eles diriam isso. Esse tipo de questão nunca fiz em nossos jogos.

I – Que tipo de atividade de comparação de quantidade você costuma propor a seus alunos?

P – Uma comparação que costumamos fazer é a de quantidade de meninas e quantidade de meninos que estão presentes e identificar os que faltaram. Proponho, também, algumas atividades com conjuntos de bolinhas, estrelinhas etc, para marcarem onde tem mais, mas só uso de 1 a 9. Não é hábito meu questioná-los sobre como descobriram a resposta.

I – Nessas atividades, eles usam a contagem ou outro procedimento?

P – ... Quando a quantidade é pequena, menor que dez, não fazem mais a correspondência termo a termo, fazem a contagem.

I – Que tipo de atividade considera que faz bastante para o conhecimento de número?

P – As de relação número-quantidade, em que apresento um conjunto de objetos de um lado e números de outro para que relacionem o número à quantidade.

I – Em algum momento você chegou a propor atividades de comparação de dois números apresentados apenas por meio da sua escrita?

P – Não. Nunca propus algo assim para meus alunos.

As informações que obtivemos aqui permitiram que fizéssemos algumas previsões sobre conhecimentos e procedimentos que os alunos poderiam utilizar nas tarefas que proporíamos.

3.3 As entrevistas baseadas em tarefas

Apresentamos a seguir cada tarefa proposta aos alunos nas entrevistas, acompanhada de seu objetivo específico e resultados. Em transcrições de trechos de entrevistas usamos I para a investigadora e a inicial do nome de cada aluno.

Questão 1: Você sabe contar? Então conte até onde você sabe.

Eram dois os objetivos dessa questão.

O primeiro, era obter a informação sobre até que número o aluno “recita” a seqüência numérica sem auxílio, de modo que possamos observar, segundo Fuson, Richards e Briars (1982), se apresentavam uma parte estável e convencional, uma parte estável e não convencional e uma parte nem estável nem convencional. Interessava-nos essa informação para que soubéssemos entre quais números podíamos solicitar comparações, de modo que os alunos pudessem apoiar-se na seqüência numérica oral para dar a resposta.

O segundo, era observar se, no momento em que o aluno interrompe sua recitação, uma intervenção, que forneça o próximo número da seqüência, favorece a continuação da recitação, conforme sugere ERMEL (1991). Uma intervenção desse tipo deu-nos informações sobre o uso de regularidades presentes na seqüência numérica natural. Um aluno que, ao recitar a seqüência numérica, pára no vinte e nove e continua a recitação, após ser auxiliado com a informação *trinta*, denota que está usando o fato de *trinta* permanecer, enquanto varia a unidade de um a nove.

Embora nesse trabalho não nos aprofundemos nos conteúdos de sistema de numeração, esse resultado indica seus rudimentos.

Resultados

Pudemos observar que os alunos apresentaram na recitação uma parte estável e convencional. Entre os doze alunos, um apresentou-a até 10, dois apresentaram-na até 24, seis apresentaram-na até 29, dois até 39 e um até 100.

Após intervenção do pesquisador nove alunos continuaram a seqüência corretamente, conforme exemplo:

G recita a seqüência até 29 e pára.

I – Vinte nove, trinta.

G – Trinta e um, trinta e dois, ..., trinta e nove.

Outros dois, continuaram a seqüência de forma incorreta de modo que podemos dizer que apresentaram na recitação uma parte não convencional, como por exemplo:

D recita corretamente a seqüência até 24 e pára.

I – Vinte e quatro, vinte e cinco.

D – Trinta, trinta e um, trinta e dois, trinta e três, trinta e quatro, trinta e cinco, quarenta, vinte.

O aluno que contou até dez se recusou a continuar a seqüência afirmando saber contar só até ali.

Questão 2: Veja todas essas canetas coloridas. Você poderia contá-las e me dizer quantas tem aí?

Para responderem a essa questão, os alunos dispunham de canetinhas coloridas. A quantidade fornecida a cada um dependeu da resposta dada à questão anterior, pois segundo Vergnaud, para alunos dessa faixa etária, recitar a seqüência numérica até um número n não significa que eles contem até n objetos.

Nessa questão, além de interessarmo-nos pelo total de objetos que o aluno conta, estávamos atentas ao seu procedimento durante a contagem.

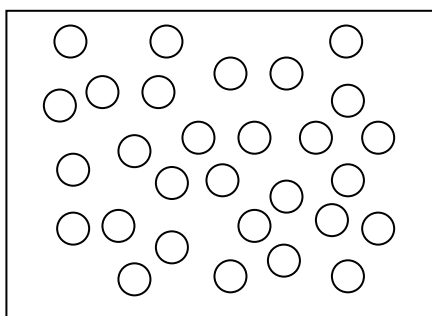
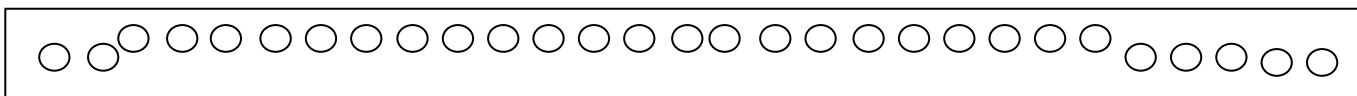
Observaríamos se havia sincronismo entre a recitação e o gesto da mão para efetuar contagem de objetos que se podem mover, pois tal procedimento nos fornece informação sobre o estabelecimento da correspondência um a um.

Outro procedimento que nos interessava perceber é se os alunos alinhavam ou empilhavam os objetos contados com alguma organização que auxilie a contagem correta. Para nós, é possível que a falta de organização interfira na contagem, levando o aluno a deixar de contar alguns objetos ou a contar mais de uma vez o mesmo objeto. Se esse for um conhecimento que os alunos já têm, será útil, para que lancemos mão dele nos vários momentos que requerem organização de anotações e posterior comparações entre essas anotações.

Resultados

Na contagem de objetos que se podem mover observamos que onze dos doze alunos estabeleceram sincronismo entre a fala e o gesto da mão, alinhando os objetos contados. Um aluno estabeleceu o sincronismo entre a fala e o gesto da mão apenas até o dez e empilhamento dos objetos contados

Questão 3: Estas bolinhas foram desenhadas por uma criança. Você pode me dizer quantas bolinhas ela desenhou em cada quadro?



Para responderem a essa questão, os alunos dispunham de lápis, para que usassem, na contagem que iriam efetuar, caso necessitassem.

Nessa questão, também nos interessava observar os procedimentos usados para a realização das contagens pedidas. Trata-se de situação diferente da anterior, por se referir à contagem de objetos desenhados e que, portanto, não se pode mover para separar os já contados.

Observamos se para efetuar a contagem estabeleciam a relação um a um pelo sincronismo entre a recitação e o gesto da mão.

Outra informação que quisemos obter dessa questão é se os alunos utilizavam alguma marca que auxiliasse a contagem assinalando, por exemplo, com o lápis fornecido, as bolinhas já contadas.

O procedimento usado e o sucesso nessas contagens nos deram pistas sobre a validade do emprego desse tipo de atividade em situação de aprendizagem que requeira dos alunos alguma organização para controle de contagens já consideradas.

Resultados

Na contagem de objetos desenhados de modo alinhado observamos que cinco dos doze alunos acertaram na contagem um a um, apenas apontando com o dedo os desenhos contados. Os outros sete erraram a contagem por pularem alguns dos desenhos, embora estivessem apontando com o dedo ou com um lápis conforme contavam.

Na contagem de objetos desenhados de modo não-alinhado apenas dois alunos acertaram na contagem, conforme exemplo:

L conta um a um, primeiro indicando com o dedo.

L – Não..., espera. (pega o lápis, marca cada elemento contado e acerta).

Os outros doze alunos erraram na contagem ou por deixarem de contar alguns ou por contarem duas vezes o mesmo desenho.

Questão 4: Você sabe escrever os números que você já sabe falar? Escreva-os nesta folha.

Questão 5: Pense em um número muito alto e escreva-o (na mesma folha em que responderam à questão anterior).

Questão 6: Como se lê esse número? (Números apontados para leitura, em uma fita, contendo a seqüência numérica até 100: 10, 20, 30, 40, 50, 100, 11, 12, 13, 14, 19, 28, 31)

Nessas três questões, o conhecimento em jogo é o da escrita numérica e, por isso, as analisamos juntas.

Para a leitura de números, apontamos, em fita numerada de 1 a 100, inicialmente, os múltiplos de dez, de 10 a 50 e o 100, por serem esses números que Lerner e Sadovisky consideram serem mais referidos pelas crianças para leitura e escrita de números. Além dos múltiplos de dez, interessou-nos saber se os alunos fazem a leitura de alguns números nos intervalos desses múltiplos. Assim, entre 10 e 20, indicamos os números 11, 12, 13 e 14, por serem números cuja denominação não apresenta qualquer similaridade com a escrita apresentada, e 19, por apresentar similaridade com sua escrita. Do mesmo modo, indicamos 28 e 31.

Se o aluno não reconhecesse algum dos números apontados solicitávamos que fizessem a leitura de outro menor, para termos informações sobre até que número reconhecia e qual o procedimento usado para realizar sua leitura.

Em suas produções, queríamos verificar se faziam hipóteses sobre a escrita numérica, segundo Lerner e Sadovsky, e, para isso, fizemos a solicitação “*desenhem um número bem alto*” que foi a usada por essas pesquisadoras em suas entrevistas.

Resultados

A escrita da seqüência numérica até 10, de modo incompleto, foi feita por dois alunos, como no exemplo:

1 6 8 4 5 6 7 8 10

Sete alunos a apresentaram completa até 10:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Dois alunos a apresentaram completa até 19 e um aluno a apresentou completa até 100.

Apenas uma aluna apresentou hipótese de escrita, conforme Lerner e Sadovsky:

I – Você pode escrever um número bem alto?

A – Posso. (escreve 1000)

I – E que número é esse?

A – O cem. Sei escrever o cento e um e o cento e dois também.

(A escreve 10001 e 10002)

I – E o duzentos como é que se escreve?

(escreve 2000)

Nove alunos rejeitaram escrever números diferentes dos que haviam feito na questão quatro.

Dois alunos escreveram um numeral em tamanho grande:

I – Você pode escrever um número bem alto?

(G escreve 10 bem grande na folha)

Na leitura de números em uma fita numérica observamos que dois alunos recorreram à contagem para leitura de números menores que 10:

I – Você sabe que número é este? (indicando o 10)

S – Um zero.

I – Você sabe dizer o nome dele?

S inicia contagem na fita desde o 1 até o 10.

I – Você sabe que número é este? (indicando o 8)

S conta novamente desde o 1

Seis alunos recorreram à contagem, desde o 1, para leitura de números entre 10 e 20, outros três se utilizaram desse recurso para leitura de números entre 20 e 30 e apenas um aluno leu todos os números indicados.

Questão 7: Você acha que:

a) 6 é maior que 3? Como você sabe? Quanto maior?

b) 9 é maior que 6? Como você sabe? Quanto maior?

c) 12 é maior que 9? Como você sabe? Quanto maior?

Optamos pela comparação entre 3 e 6 considerando serem dois números que todos os alunos poderiam ter controle sobre essas quantidades possibilitando respostas que evidenciassem o aspecto cardinal do número. A escolha de comparação entre o 9 e o 6 se deu pela semelhança de grafia e a de 12 e 9 para ultrapassarmos a faixa numérica que a professora relatou trabalhar com atividades que denominou de relação número – quantidade.

Nossa intenção era verificar se os alunos comparavam números, considerando apenas os símbolos numéricos, e justificavam sua resposta, seja pela seqüência numérica seja por conhecimentos de adição.

Resultados

Na comparação entre 3 e 6, dois alunos justificaram sua escolha com conhecimentos de adição, como no exemplo:

I – 6 é maior que 3?

R – É

I – Como você sabe?

R – Porque $3 + 3$ dá 6. O 3 é amigo do 6.

A justificativa pela seqüência numérica foi utilizada por 7 alunos como mostra o exemplo:

I – 6 é maior que 3?

G – É.

I – Como você sabe?

G – Porque para contar até 6 passo do 3.

I – Quanto mais que o 3 ele tem?

G – Não sei

Outros três alunos não souberam justificar sua escolha.

Na comparação entre 6 e 9 apenas um aluno justificou sua escolha com conhecimentos de adição:

I – Nove é maior que seis?

A – É

I – Como você sabe?

A – Porque fiz a conta (conta nos dedos falando 7, 8, 9). Tem mais três.

Oito alunos justificaram pela seqüência numérica:

I – Nove é maior que seis?

R – É.

I – Como você sabe?

R – Quando conto para chegar no nove passo do seis

I – Quanto mais que o seis ele tem?

(aponta na fita os números 7 e 8) Dois.

Um aluno justificou pelo uso cultural:

I – Nove é maior que seis?

AC – É

I – Como você sabe?

AC – Minha prima tem nove anos e eu tenho seis. Ela fala que é mais velha. Ela já passou do seis.

Dois alunos não souberam justificar.

Na comparação entre 9 e 12 um aluno justificou com conhecimentos de adição, cinco justificaram pela seqüência numérica:

I – Doze é maior que nove?

L – É

I – Como você sabe?

L – Porque o doze vem depois do nove.

I – Quanto mais que o nove ele tem?

L – Esse e esse. (Apontando na fita os números 10 e 11)

Questão 8: Você sabe quanto são:

- a) $3 + 3?$ b) $3 + 6?$ c) $9 + 3?$ d) $6 + 6?$

Optamos por propor adições envolvendo os números já tratados anteriormente na entrevista de modo a podermos observar a estabilidade ou não do trato com a seqüência numérica ou com a quantidade que o número representa.

Nas entrevistas a solicitação dessas adições *foi apenas oral, não sendo apresentadas aos alunos a sentença matemática equivalente*. Estávamos interessados em saber quais delas os alunos resolviam e quais os procedimentos usados. Para responderem a essa questão, eles poderiam utilizar-se de canetinhas ou de desenhos em uma folha que receberam.

Os números das questões foram escolhidos por propiciarem procedimentos variados de cálculo/contagem. Em $3 + 3$, não poderiam escolher o maior número para fazer a sobrecontagem mais curta, mas em $3 + 6$ poderiam, em $3 + 3$ e em $6 + 6$, poderiam usar informação memorizada e em $9 + 3$ poderiam usar um fato derivado como $9+3$ é um a menos que $10+3$. (Gray e Tall, 1994)

Enfim, dos resultados obtidos, pudemos orientar-nos sobre o trabalho a ser feito com adições e verificamos se ocorreram as decomposições aditivas sugeridas por Lerner e Sadovisky e os estágios apresentados por Gray e Tall.

Resultados

Para a adição $3 + 3$, quatro alunos usaram informação memorizada, seis alunos contaram nos dedos ou juntaram canetinhas, como no exemplo:

I – Você sabe quanto são $3 + 3$?

E – É continha que você quer? (Levanta três dedos em cada mão e conta-os desde o 1)

Podemos incluí-los no primeiro nível *conta-todos*, de Gray e Tall.

Dois alunos não resolveram o problema, afirmando *não sei fazer conta*. Embora não esperado tendo em vista os jogos efetuados previamente em classe. Isso nos intrigou, mesmo lembrando que a professora afirmou estar *introduzindo* a adição. Estariam esperando o ensino?

Na adição $3 + 6$ um aluno deu o resultado usando informação memorizada, três alunos contam nos dedos ou juntam canetinhas, conforme exemplo:

I – Você sabe quanto são $3 + 6$?

A conta nos dedos, a partir de 7.

L conta 6 canetas e, depois, junta outras contando 7, 8, 9.

Mostraram usar *sobrecontagem ampla* de Gray e Tall.

Cinco alunos não conseguiram realizar a contagem nos dedos, mas a realizaram com as canetinhas. Exemplo:

I – Você sabe quanto são $3 + 6$?

E – (Levanta três dedos em uma mão e 4 na outra. Desiste desse procedimento e, em seguida, levanta 3 dedos em uma mão e 1 na outra.)

Como vou colocar nos dedos? Não sei.

I – Você pode pegar canetinhas, se quiser.

E conta seis canetas, depois conta três, e reconta desde o um.

Esses alunos podem ser incluídos no nível *conta-todos* de Gray e Tall, mas necessitaram de uma intervenção da pesquisadora, o que nos indica ser essa uma

intervenção pedagógica eficiente para a sala de aula, aguardando as tentativas do aluno antes de intervir e propondo uso de material alternativo para resolução correta do problema.

Três alunos afirmaram não saber fazer essa conta. Novamente nos perguntamos o porquê dessa recusa.

Na adição $9 + 3$, quatro alunos contaram nos dedos ou juntaram canetinhas:

I – E $9 + 3$ você sabe?

R – 12 (Conta nos dedos a partir de 9.)

Esse aluno pode ser incluído no nível da *sobrecontagem escolhendo o maior* de Gray e Tall.

Os outros oito alunos não resolveram o problema alegando não saber essa conta. Esse resultado era esperado pelas afirmações da professora na entrevista pois os números ultrapassavam os que a professora vinha usando nos jogos efetuados que envolviam, em grande parte, números até 10 e também os que usava no que chamou de *introdução da adição*.

Na adição $6 + 6$, um aluno deu o resultado memorizado e três contaram nos dedos ou juntaram canetinhas:

P – E $6 + 6$ quantos são?

AC – 12 (Pega 6 canetas, contando uma a uma, depois pega mais 6. Reconta desde o um).

Nessa adição um aluno pode ser incluído no nível seis, *fato conhecido* e três no nível um, *conta todos*, de Gray e Tall

Os outros oito alunos não resolveram a adição, resultado já apresentado na adição anterior.

4. Conclusões finais e implicações pedagógicas

Da 1ª fase da pesquisa, concluímos que o conteúdo de numeração planejado pela maioria das professoras é compatível com a proposta do município, uma vez que esta sugere que cada escola elabore seu projeto de trabalho, definindo os temas e conteúdos a serem trabalhados.

Nos planejamentos há apenas uma listagem de conteúdos propostos e deles não se pode obter dados sobre planejamentos de aula, o que pode favorecer lacunas entre o que se pretende que seja ensinado e o que é praticado em classe.

Da 2ª fase da pesquisa, concluímos, analisando as atividades que a professora relatou:

a) sobre o item: *Seqüência numérica até 31 – calendário* que é explicitado no planejamento, que os alunos pintam uma folha que representa um calendário, diariamente. Assim, não obtivemos detalhes sobre se esse número é apenas identificado, lido, ou também falado. Ressaltamos que um planejamento contendo apenas itens tão concisos, como esse, não dá pistas sobre o que se pretende que seja ensinado.

b) sobre os itens: *Problemas envolvendo adição ou subtração de números até 9; Adição e subtração de números até 9; Relação número – quantidade; Correspondência biunívoca até 10*, obtivemos que a professora utiliza-se de atividades e jogos variados em classe, fazendo, por vezes, contagem de pontos que pode superar o número 10. A contagem de objetos para a comparação é proposta como parte do item: *correspondência biunívoca até 10*, mas o relato deixa transparecer que são feitas para números maiores que 10. Apesar das atividades de classe refletirem os itens do planejamento, em sua maior parte, queremos ressaltar, que este último não faz menção a uso de jogos nem ao uso de números maiores que 10, que são desenvolvidos em classe.

c) sobre o item: *Seqüência numérica até 10 – ordenação crescente e decrescente* obtivemos que não houve atividade ou jogo no relato que indicasse trabalho com a ordenação numérica.

Enfim, comparando os itens do planejamento com o relato da professora, constatamos a existência de lacunas entre o que é explicitado no planejamento e o que é desenvolvido em classe.

Os procedimentos usados pelos alunos são diversos e incluem a contagem de objetos, ou de desenhos, mas não obtivemos o nível de detalhe que perseguimos, o que

justificou a terceira fase. Obtivemos ainda que esses alunos não estão acostumados a comparar escritas numéricas nem a justificar suas produções.

Da 3ª fase da pesquisa, apresentamos as conclusões por grupos de questões.

Na questão 1:

Notamos que onze dos doze alunos apresentaram na recitação da seqüência numérica uma parte estável e convencional até o vinte e quatro, sendo que se estende até trinta e nove para dois desses alunos e, até cem, para um deles. Essa constatação possibilitou-nos a escolha dos números entre os quais poderíamos solicitar comparações, de modo que a maioria dos alunos pudesse apoiar-se na parte estável convencional da seqüência numérica oral para dar a resposta. Consideramos que essa questão e a conseqüente escolha podem ser usadas em planejamentos de ensino e em atividades de classe.

O fato de nove dos alunos continuarem corretamente a seqüência numérica oral (depois de pararem em trinta e nove ou vinte e nove), após intervenção em que se fornece o próximo número da seqüência (quarenta ou trinta), indica-nos a percepção da regularidade do sistema decimal, por parte desses alunos. Mais que isso, dá-nos indicações de intervenções pedagógicas eficientes para a evolução da memorização da seqüência numérica natural. Embora esse trabalho não se aprofunde no sistema de numeração decimal, esse resultado fornece indicações para a abordagem de seus rudimentos.

Nas questões 2 e 3:

Comparando os procedimentos e desempenhos dos alunos nessas questões temos indicação da maior dificuldade da questão 3 em relação à questão 2.

Na contagem de desenhos dispostos de maneira alinhada, cinco alunos fizeram a contagem correta estabelecendo a correspondência um a um e sete alunos deixaram de contar alguns mesmo que apontando com um lápis a correspondência um a um não foi estabelecida. Quando os desenhos estavam dispostos de modo não-alinhado, dez alunos deixaram de contar alguns e contavam outros duas ou mais vezes, apontavam com um dedo ou lápis mas não marcavam os já contados.

Notamos que a organização dos elementos a serem contados tem, para uma grande parcela de alunos, influência sobre o controle da relação um a um. Além disso, como os alunos não apresentaram marcas para controle dos objetos já contados, indica-nos que em sala de aula devemos lançar à classe a necessidade de se estabelecer um modo para esse controle.

Nas questões 4, 5 e 6:

Comparando o desempenho dos alunos na questão 4 com o da questão 1, atesta-se que a parte estável e convencional na recitação não corresponde ao que poderia ser chamado de parte estável e convencional na escrita numérica, de 1 a 10, que foi produzida por todos os alunos.

Um aluno apresentou hipótese de escrita de números. Embora tenha reconhecido o 100 na fita numérica, em sua escrita, colocou três zeros, escreve 10001 para cento e um e 10002 para cento e dois, apresentando alguma regularidade na hipótese de escrita desses números. Nenhum outro aluno apresentou hipóteses de escritas como as encontradas por Lerner e Sadovsky. Vale notar que esse tipo de proposta não é habitual por parte da professora, conforme entrevista com ela.

Notamos que houve interferência do uso cotidiano da palavra *alto* na produção de dois alunos, ao desenharem um número em tamanho grande na folha diante da solicitação “*desenhem um número bem alto*”, a que Lerner e Sadovsky não se referem em suas pesquisas.

Para o reconhecimento de números, onze alunos recorreram à fita numérica e à contagem dos números desde o 1, sendo que três deles utilizaram-se desse recurso para números entre 20 e 30 e seis para números entre 10 e 20. Isso nos mostra que esses alunos só conseguem fazer a leitura dos números vinculados à recitação da seqüência numérica desde o número 1.

Com base nesses resultados, como os alunos não fizeram hipóteses sobre escrita de números nos moldes de Lerner e Sadovsky e como não é habitual o desenvolvimento desse tipo de proposta para esse grupo, consideramos que a formulação de hipóteses para a escrita numérica deve ser estimulada em sala de aula.

Na questão 7:

Todos os alunos souberam dizer qual era o maior número, ao compararem 3 e 6; 6 e 9; 9 e 12. Queremos ressaltar que, em cada uma das comparações propostas, a parcela de alunos que utilizou a posição que o número ocupa na seqüência numérica natural (aspecto ordinal do número) é bastante significativa. Sete alunos, ao compararem 3 e 6, e nove alunos, ao compararem 6 e 9. Isso nos indica que as ações de sala de aula devem levar em conta tal conhecimento dos alunos. Além disso, que devem propiciar situações em que sejam levados a utilizar o aspecto cardinal do número para justificar comparações, pois conforme ERMEL (1991) esses dois aspectos devem ser desenvolvidos nas séries iniciais, por serem indissociáveis.

Na questão 8:

A maioria dos alunos acertou o resultado das adições $3 + 3$ e $3 + 6$: dez e nove, respectivamente. As adições $6 + 6$ e $9 + 3$ não foram resolvidas por oito dos doze alunos. Além disso, o procedimento usado pela maioria dos alunos que realizaram as adições foi o de recontagem de todos os dedos ou de todas as canetinhas após junção das duas quantidades a serem somadas.

Segundo Vergnaud, esses alunos não estão colocando em jogo a adição de dois números. Para ele a adição só terá sua verdadeira significação quando, por exemplo, ao realizar a adição $3 + 3$, o aluno retiver um três, em seus dedos ou com objetos e, em seguida, contar quatro, cinco, seis.

Segundo Gray e Tall esses alunos estão no primeiro nível de compreensão da adição, *conta-todos*, pois contam um primeiro grupo de objetos, depois, contam um segundo grupo e, então, contam todos.

Observamos ainda que a adição $3 + 3$ apresenta-se como *fato conhecido* para quatro alunos que respondem imediatamente o resultado dessa adição. A adição $3 + 6$ é *fato conhecido* para apenas um aluno e notamos que três alunos realizam a *sobrecontagem escolhendo o maior*. Esse procedimento se mantém para esses três alunos na adição $9 + 3$, mas mostra-se instável para um deles na adição $6 + 6$ em que volta ao nível de contar todos.

Enfim, não observamos alguns dos níveis dos apresentados por Gray e Tall, mas chamou-nos atenção o fato de a professora ter afirmado que estava “introduzindo a

adição”, sendo que entre seus alunos havia os que se encontravam em níveis elevados. Essa percepção foi confirmada pela professora, que assistiu aos filmes das entrevistas, mostrando-se surpresa com desempenhos de seus alunos, não esperados por ela, ora além, ora aquém de suas expectativas. Mostrou interesse em ficar com as folhas de tarefa aplicada aos alunos e com cópia dos filmes, para uso futuro, no que foi atendida.

Bibliografia

- BRZEZINZKI, I e GARRIDO, E. 2001. Análise dos trabalhos do GT Formação de professores: o que revelam as pesquisas do período 1992-1998. In Revista Brasileira de Educação. Nº 18 pg. 82 a 100. Rio de Janeiro: Autores Associados.
- ERMEL. 1991. Apprentissages numériques - CP. Institut National de Recherche Pédagogique. Paris: Hatier.
- FIORENTINI, Dario. 2001. Relação de Teses e Dissertações de Mestrado e Doutorado em Educação Matemática produzidas no Brasil nos anos de 1998 a 2001. In Zetetiké Vol 9. nº 15/16. Campinas. CEMPEM – FE/UNICAMP.
- _____. 2002. Mapeamento e balanço dos trabalhos do GT-19 Educação Matemática no período de 1998 a 2001. In www.anped.com.br
- FUSON, K., RICHARD, J. & BRIARS, D. J. 1982. The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd (Ed), Progress in cognitive development. Vol 1. Children’s logical and mathematical cognition. New York: Springer-Verlag.
- GOLDING, A. G. 2000. A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. In Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education, p. 517-545. New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- GRAY, E. M. & TALL, D. O. 1994. Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. In Journal of Research in Mathematics Education, 115-141.
- LERNER, Delia e SADOVSKY, Patricia. 1996. O sistema de numeração: um problema didático. in Didática da Matemática, org. Parra, C. e Saiz, I. Porto Alegre: Artes Médicas.
- THOMAS, Michael e TALL, David. 2001. The long-term cognitive development of symbolic algebra. Proceedings of the 12th ICMI, Study Conferences, vol 2 p. 590-597. Austrália: University of Melbourne.
- VERGNAUD, Gérard. 1994. L’enfant, la mathématique et la réalité. 5.ed. Berne: Peter Lang,